NOTAS

Sobre la equivalencia de dos ecuaciones de dependencia entre la clorofila y la profundidad.

Oleg Makarov*

A través de la última década los datos obtenidos por satélite, sobre la coloración del océano, han estado disponibles de manera extensa. A esto se anexa la cada vez mayor capacidad para analizar la variabilidad espacial y temporal en la distribución de la clorofila en la superficie oceánica. Los datos obtenidos son necesarios para estimar la producción primaria total dado que la clorofila puede servir como indicador de esta. Para ello es necesario conocer el modelo que relaciona las estimaciones de la clorofila de la superficie del océano con el perfil de la profundidad.

El modelo típico de dependencia de la clorofila con la profundidad tiene la forma

$$Cl(z) = Cl_0 + \frac{H}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left[\frac{(z-z_m)^2}{2\sigma^2}\right]} \qquad \textbf{(1)}$$

que describe la distribución vertical de clorofila como la suma de la concentración independiente de la profundidad, Clo, y la parte de Gauss que es dependiente de la profundidad.

La parte de Gauss es caracterizada por la amplitud del máximo en la concentración de la clorofila, H (mg / m^3), la profundidad del máximo de la clorofila, $z_{m'}$ y la anchura del máximo, σ (nótese que H<<$z_{m'}$).

La ecuación de Gauss es una función simétrica. Sin embargo la dependencia de clorofila con la profundidad no lo es, pues los datos reales nos muestran una larga cola hacia la derecha mientras que hacia la izquierda puede haber un máximo menor que $z_{m'}$. Por consiguiente es necesario construir un modelo que proporcione el mínimo de error estándar, en la región de 0 a 20m., por que los datos recibidos por el satélite corresponden a la superficie del océano.

Considérese la ecuación (1) en la forma:

$$Cl(z) = \frac{H_1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left[\frac{(z-H_1)^2}{2\sigma^2}\right]} + \frac{H}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left[\frac{(z-z_m)^2}{2\sigma^2}\right]} \qquad \textbf{(2)}$$

La ecuación (2) al igual que la ecuación (1), tiene 4 variables independientes (H_1, s, z_m, H). Si $H_1 > z_m$ entonces el valor de

$$S = \frac{H_1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left[\frac{(z-H_1)^2}{2\sigma^2}\right]}$$

es muy grande y el error estándar para la ecuación (2) será mayor que E_0, donde E_0 es el error estándar cuando H_1=0. Si el error estándar de (2) no es diferente de (1), esto implica que H_1 está en el intervalo de 0 a $z_{m'}$.

Tabla 1.- Tres casos típicos de concentración de la clorofila(mg / m^3) para diversas profundidades.

Prof(m)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
Cl1	1	1.2	1.5	1.9	2.5	3.5	4	3.5	2	1.2	0.9	0.7	0.6	0.55	0.53	0.5
Cl2	1	0.8	0.65	0.8	1	2.5	4	3.5	3	1.8	1.2	0.7	0.4	0.2	0.1	0.15
Cl3	1	1.3	1.3	1.1	1.3	1.7	2.5	4	3.5	2.7	1.5	0.7	0.4	0.3	0.1	0.15

**Universidad del Mar*

Tabla 2.- Ajuste a los modelos 1 y 2 para Cl1.

	Ecuación 1	RE(1)	Ecuación 2	RE(2)
Cl_0	0.7	0.1	Ä	Ä
H	3.0	2.5	40	2.8
σ	9.5	0.7	10.7	0.9
z_{max}	20.5	0.6	29.9	0.9
H_1	Ä	Ä	2.76	0.8
R^2	0.96	Ä	0.94	

Tabla 2 a. Diferencias entre los datos típicos y los modelos 1 y 2 para el caso 1.

Prof(m)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
m1	0.28	0.37	0.35	0.08	-0.3	-0.15	0.17	0.3	-0.2	-0.2	-0.03	-0.05	-0.1	-0.1	-0.16	-0.2
m2	$-8\cdot10^{-3}$	$6\cdot10^{-3}$	0.07	-0.02	-0.2	0.02	0.22	0.14	-0.41	-0.2	0.25	0.46	0.53	0.52	0.53	0.5

Tabla 3. Ajuste al modelo 1 y 2 para el caso típico 2, Cl2.

	EC(1)	RE(1)	EC(2)	RE(2)
Cl_0	0.5	0.1	Ä	Ä
H	28.4	2.8	36	1.8
σ	8.3	0.8	9.5	0.5
z_m	33.5	0.6	34.1	0.6
H_1	Ä	Ä	2	0.4
R^2	0.95		0.96	

Tabla 3 a. Diferencias entre los datos típicos y los modelos 1 y 2.

m1	0.5	0.3	0.1	0.04	-0.4	0.05	0.4	-0.3	$3\cdot10^{-3}$	$8\cdot10^{-3}$	0.2	0.1	0.1	0.3	-0.4	-0.3
m2	0.2	-0.02	-0.08	-0.02	-0.4	0.05	0.5	-0.3	-0.1	-0.16	0.3	0.37	0.3	0.2	0.1	0.15

Tabla 4. Ajuste al modelo 1 y 2 para el caso típico 3, Cl3.

	EC(1)	RE(1)	EC(2)	RE(2)
Cl_0	0.6	0.15	Ä	Ä
H	25.1	3.5	36.4	1.3
σ	7.9	1	9.9	0.37
z_m	37	0.9	37.3	0.4
H_1	Ä	Ä	3.5	0.3
R^2	0.9		0.97	

Tabla 4 a. Diferencias entre los datos típicos y los modelos 1 y 2.

m1	0.3	0.6	0.5	0.35	0.3	0.02	-0.3	0.25	-0.13	0.1	$-2 \cdot 10^{-3}$	-0.2	-0.3	-0.4	-0.6	-0.5
m2	0.2	-0.01	0.06	0.14	0.17	-0.12	-0.34	0.45	-0.05	-0.02	-0.1	-0.05	0.1	0.2	0.08	0.15

Tratamiento de los datos:

Consideremos como ilustración los datos de la profundidad y la clorofila.

Los perfiles de la clorofila en la tabla 1 tienen formas típicas (Cl1 tiene solo un máximo, Cl2 y Cl3 tienen dos máximos).

Usando análisis de regresión no lineal se obtienen los valores de los coeficientes Cl_0, H, s, z_{max} para la ecuación (1) y H_1, s , z_{max}, H_1 para la ecuación (2) (tabla 2) y para cada perfil de clorofila (Cl1,tabla 2; Cl2, tabla 3; Cl3, tabla 4).

En las tablas (2 a, 3 a, 4 a) dados los valores de residuos (diferencia entre los datos reales y el modelo 1 (m1) y el modelo 2 (m2)) para formar los perfiles (Cl1, Cl2,Cl3) correspondientes.

Donde RE(1) es el error estándar entre los datos típicos y el modelo 1 y RE(2) es el error estándar entre los datos típicos y el modelo 2.

Vemos que todos los valores en el intervalo 0 - 25m para m2 son menores que para m1. Nótese que todos los valores en el intervalo (0, 20m.) para m2 son menores que para m1. Entonces la ecuación (2) proporciona el intervalo de la alta capa del océano, el error estándar menor que el de la ecuación (1) en el mismo intervalo. Por lo tanto usando los datos de satélite se puede describir el perfil de la clorofila en la profundidad utilizando la ecuación 2, pues proporciona un error estándar más pequeño en dicho intervalo de 0 a z_m.

Bibliografía

Andre, J., 1992, Sea 39: 763-779.

Antone, D., 1998, Global Biogeochem, cycles 43-55.

(Platt T., C. Caverhill, and S. Sathendranath. 1991.

Geophys 15:147-159.

Morel A., and J. Berthon. 1989. *Limnol Ocean*. 34:1545-1562